

相異なる測地系間の中間線とジオイド

辰野忠夫：航法測地課

Median line between Different Geodetic Systems and Geoid

Tadao Tatsuno : Geodesy and Geophysics Division

1. はじめに

相対国との中間線の計算に際しては、回転楕円体表面での測地線の距離の計算が必要である。これに関して、数値積分と反復計算により収束させる計算方法について検討し、水路部研究報告第25号に報告した。また、積分の端点で分母がゼロになる反転経路についても、速やかな収束の得られる二重指数関数法を用いた計算法を開発し、水路部技報第11号に報告した。

技報第11号においては、同一測地系間の中間線の計算方法についても述べた。しかし、現実には相対国の測地系は日本測地系と同一の場合もあるが、異なる場合もある。この異なる場合には、計算に先だつて基点について相手方、または共通の測地系に変換し、また、中間線の計算の後、得られた結果について日本測地系へ変換しなければならない。

この際、変換に必要な情報として、変換される各点についてのジオイド高が必要になる。以下にこれに関する計算の一般法と数値計算例を示す。

2. 測地系の変換

地球表面上の点の座標は、緯度 ϕ 、経度 λ 、標高 h で与えられる。一つの測地系内部だけならばこれだけでよいが、他の測地系との変換に際しては、これを地心直交座標 (X, Y, Z) で与えなければならない。これは次の式により求められる。

$$X = (N+H) \cos\phi \cos\lambda$$

$$Y = (N+H) \cos\phi \sin\lambda$$

$$Z = (N(1-e^2) + H) \sin\phi$$

$$N = a / W$$

$$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2\phi}$$

ここで、 a は楕円体の長半径、 e は離心率である。また H は楕円体表面からの高さ（楕円体高）であるが、これは楕円体表面からジオイドまでの高さ（ジオイド高 hg ）と標高 h との和である。

$$H = hg + h$$

このジオイド高は、場所によって異なるものであり、また、同一点でも測地系が異なれば別の値となるものである。

一つの測地系から他の測地系への変換は、地心直交座標系において原点のシフトを行い、更にそのち、地心座標から、新しい長半径、離心率により、経緯度、高さに変換することにより得られる。

地心座標 (X, Y, Z) から、 (U, V, W) へのシフト量を $(\Delta U, \Delta V, \Delta W)$ とすると、変換は次式による。

$$U = X + \Delta U$$

$$V = Y + \Delta V$$

$$W = Z + \Delta W$$

日本測地系から世界測地系への変換のシフト量、 $\Delta U, \Delta V, \Delta W$ については、下里水路観測所での10年間のレーザー測距観測により次の値が得られている。

$$\Delta U = -146.2 \text{ m}$$

$$\Delta V = 507.6 \text{ m}$$

$$\Delta W = 681.9 \text{ m}$$

次に、(U, V, W) から新しい (ϕ, λ, H) への変換は近似値から反復法により収束させる。これについては既に詳しく述べられているので省略する(金沢, 1988)。

この変換により得られた高さ H は楕円体高であるので、標高に直すには、その点でのジオイド高が必要である、もしその点が中間線上の点のように海洋上であれば、標高をゼロとすることができる。

最初に、基点を相手方測地系、または、双方とも異なる第三の測地系に変換することが必要である。この時の基点は低潮線上にあることとされている(国連海洋法第5条)。この低潮線は平均水面より次式で計算される Z_0 分だけ下方にある。

$$Z_0 = H_m + H_s + H' + H_o$$

ここで、 H_m , H_s , H' , H_o はそれぞれ潮汐の調和解析で得られる M2 (主太陰半日周潮), S2 (主太陽半日周潮), K1 (日月合成日周潮), O1 (主太陰日周潮) 分潮の振幅である。

従って、基点の変換に用いられるべき楕円体高 H は次式により算出される。

$$H = hg - Z_0$$

ここで、楕円体高 H も、平均水面の基本水準面からの高さ Z_0 も場所の関数であるが、一つの島のように狭い地域にある数個の基点について考える場合には、それぞれ、定数と考えてよい。この、基点の変換に用いられるジオイド高 hg は、SLR (人工衛星レーザー測距), NNSS (海軍航行衛星), GPS 等の衛星測地により、レーザー測距装置の不動点、または、NNSS・GPS 受信機のアンテナ中心の観測された楕円体高から、地上測量により得られた標高値を差し引くことにより求められる。

この、基点の変換により、両国の基点が共通な測地系にのることになり、この共通系の中で中間線が計算される。これについては、水路部技報第11号に既述の通りである。

3. WGS84ジオイド

相対国の採用している測地系が WGS84測地系で

あればもちろんであるが、そうでない場合でも共通測地系には WGS84測地系が使用されることが多いであろう。基点の変換に必要なジオイド高は衛星測地により得られても、中間線計算結果を、更にもとの日本測地系に変換するために必要なジオイド高は、海洋の真中であるために観測することができない。

この海洋中のジオイドは WGS84測地系システムの中で、球面調和関数の形によって与えられている。より詳細なモデルとしては OSU86d のように、360 次までの展開のものもあるが、WGS84ジオイドでは 180 次までの展開であるとされている (DMA, 1987)。この展開の係数それ自体は与えられていないが、 10° メッシュの格子点における値が与えられている。この値の東半球の分を第1表に、西半球の分を第2表に示す。

第1図のように格子が緯度 ϕ_1, ϕ_2 , 経度 λ_1, λ_2 によって囲まれ、その格子点におけるジオイド値が N_1, N_2, N_3, N_4 であるとき、格子内部の点 (ϕ, λ) における値 N は次式により求められる。

$$N = N_1 + N_a + N_b + N_c$$

$$N_a = (N_2 - N_1) X$$

$$N_b = (N_4 - N_2) Y$$

$$N_c = (N_1 + N_3 - N_2 - N_4) XY$$

$$X = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$Y = \frac{\phi - \phi_1}{\phi_2 - \phi_1}$$

この近似においては展開の低周波成分だけが用いられ、高周波成分は省略されている。海洋中の点について、このジオイド高を用いることにより中間線上の点の座標を WGS84測地系から日本測地系に変換できる。

4. 数値計算例

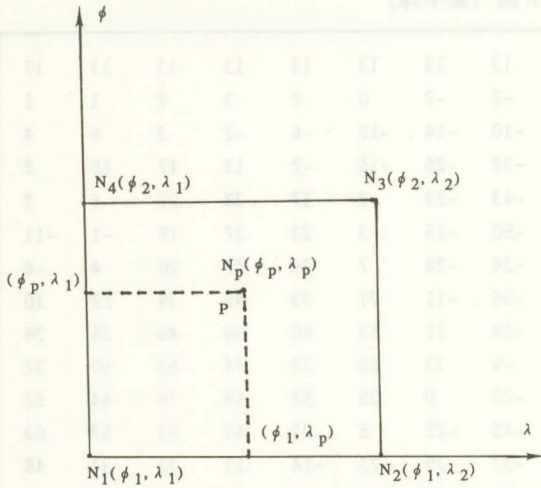
以上は一般論であるが、これに従い実際に計算した例を以下に示す。

第1表 WGS84ジオイド高 (東半球)

90°	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
80°	33	34	28	23	17	13	9	4	4	1	-2	-2	0	2	3	2	1	1
70°	51	43	29	20	12	5	-2	-10	-14	-12	-10	-14	-12	-6	-2	3	6	4
60°	47	41	21	18	14	7	-3	-22	-29	-32	-32	-26	-15	-2	13	17	19	6
50°	47	48	42	28	12	-10	-19	-33	-43	-42	-43	-29	-2	17	23	22	6	2
40°	52	48	35	40	33	-9	-28	-39	-48	-59	-50	-28	3	23	37	18	-1	-11
30°	36	28	29	17	12	-20	-15	-40	-33	-34	-34	-28	7	29	43	20	4	-6
20°	31	26	15	6	1	-29	-44	-61	-67	-59	-36	-11	21	39	49	39	22	10
10°	22	23	2	-3	-7	-36	-59	-90	-95	-63	-24	12	53	60	58	46	36	26
0°	18	12	-13	-9	-28	-49	-62	-89	-102	-63	-9	33	58	73	74	63	50	32
-10°	12	13	-2	-14	-25	-32	-38	-60	-75	-63	-26	0	35	52	68	76	64	52
-20°	17	23	21	8	-9	-10	-11	-20	-40	-47	-45	-25	5	23	45	58	57	63
-30°	22	27	34	29	14	15	15	7	-9	-25	-37	-39	-23	-14	15	33	34	45
-40°	18	26	31	33	39	41	30	24	13	-2	-20	-32	-33	-27	-14	-2	5	20
-50°	25	26	34	39	45	45	38	39	28	13	-1	-15	-22	-22	-18	-15	-14	-10
-60°	16	19	25	30	35	35	33	30	27	10	-2	-14	-23	-30	-33	-29	-35	-43
-70°	16	16	17	21	20	26	26	22	16	10	-1	-16	-29	-36	-46	-55	-54	-59
-80°	-4	-1	1	4	4	6	5	4	2	-6	-15	-24	-33	-40	-48	-50	-53	-52
-90°	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30
緯度 経度	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°

第2表 WGS84ジオイド高 (西半球)

90°	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
80°	3	1	-2	-3	-3	-3	-1	3	1	5	9	11	19	27	31	34	33	34
70°	2	2	1	-1	-3	-7	-14	-24	-27	-25	-19	3	24	37	47	60	61	58
60°	2	9	17	10	13	1	-14	-30	-39	-46	-42	-21	6	29	49	65	60	57
50°	-8	8	8	1	-11	-19	-16	-18	-22	-35	-40	-26	-12	24	45	63	62	59
40°	-12	-10	-13	-20	-31	-34	-21	-16	-26	-34	-33	-35	-26	2	33	59	52	51
30°	-7	-5	-8	-15	-28	-40	-42	-29	-22	-26	-32	-51	-40	-17	17	31	34	44
20°	5	10	7	-7	-23	-39	-47	-34	-9	-10	-20	-45	-48	-32	-9	17	25	31
10°	13	12	11	2	-11	-28	-38	-29	-10	3	1	-11	-41	-42	-16	3	17	33
0°	22	16	17	13	1	-12	-23	-20	-14	-3	14	10	-15	-27	-18	3	12	20
-10°	36	22	11	6	-1	-8	-10	-8	-11	-9	1	32	4	-18	-13	-9	4	14
-20°	51	27	10	0	-9	-11	-5	-2	-3	-1	9	35	20	-5	-6	-5	0	13
-30°	46	22	5	-2	-8	-13	-10	-7	-4	1	9	32	16	4	-8	4	12	15
-40°	21	6	1	-7	-12	-12	-12	-10	-7	-1	8	23	15	-2	-6	6	21	24
-50°	-15	-18	-18	-16	-17	-15	-10	-10	-8	-2	6	14	13	3	3	10	20	27
-60°	-45	-43	-37	-32	-30	-26	-23	-22	-16	-10	-2	10	20	20	21	24	22	17
-70°	-61	-60	-61	-55	-49	-44	-38	-31	-25	-16	-6	1	4	5	4	2	6	12
-80°	-53	-54	-55	-52	-48	-42	-38	-38	-29	-26	-26	-24	-23	-21	-19	-16	-12	-8
-90°	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30
緯度 経度	180°	190°	200°	210°	220°	230°	240°	250°	260°	270°	280°	290°	300°	310°	320°	330°	340°	350°



第1図 WGS84ジオイドの内挿法

(1) 基点

両国の基点列を第3表と第4表に示す。第3表は日本測地系で表された南硫黄島の基点列であると仮定する。第4表はWGS84測地系で表されたファラロンデパハロス(ウラカス)島の基点列であると仮定する。これは米国DMAから提供されたものである。

(2) 基点の変換

基点の変換にはジオイド高と潮汐調和定数が必要である。南硫黄島は、下里から父島までの人工衛星レーザ測距観測と、父島から南硫黄島までのNNSS観測により下里と連結されている。この観測の結果、ジオイド高hgについて、

$$hg = 105.60 \text{ m}$$

の値が得られている。

また調和定数については、1991年6月の南硫黄島の潮汐観測により、次の値が得られている。

$$Hm = 0.274 \text{ m}$$

$$Hs = 0.114 \text{ m}$$

$$H' = 0.153 \text{ m}$$

$$Ho = 0.122 \text{ m}$$

以上より、ここでの基点列の変換に用いるべき楕円体高Hは

$$H = 104.94 \text{ m}$$

として得られる。この値はここでの基点の全点に用いられる。これを用いて第3表をWGS84測地系に変換した結果は第5表に示す通りである。

(3) 中間線の計算

一般に第2図に示すようにA、B二国間の中間線上の点は、それぞれの200海里線の交差する点、C₁とC₂の間に存在する。A国、B国の基点列をそれぞれ、

第3表 南硫黄島基点列 (日本測地系)

番号	緯度			経度		
1	24	13	48.0	141	27	21.1
2	24	13	30.0	141	27	21.4
3	24	13	21.2	141	27	23.7
4	24	13	15.7	141	27	27.5
5	24	13	13.6	141	27	32.3
6	24	13	11.1	141	27	43.3
7	24	13	11.1	141	27	44.8
8	24	13	15.7	141	27	54.3
9	24	13	17.7	141	28	3.2
10	24	13	19.7	141	28	13.5
11	24	13	22.7	141	28	20.8
12	24	13	37.2	141	28	31.1
13	24	13	39.5	141	28	32.0
14	24	13	45.9	141	28	33.0

第4表 ファラロンデパハロス島基点列 (WGS84測地系)

番号	緯度			経度		
1	20	32	57.0	144	54	8.0
2	20	32	59.0	144	53	48.0
3	20	33	8.0	144	53	43.0
4	20	33	10.0	144	53	39.0
5	20	33	11.0	144	53	33.0
6	20	33	11.0	144	53	30.0
7	20	33	4.0	144	53	25.0
8	20	33	0.0	144	53	18.0
9	20	32	58.0	144	53	17.0
10	20	32	50.0	144	53	13.0

第5表 南硫黄島基点列 (WGS84測地系)

番号	緯度			経度		
1	24	14	4.1	141	27	10.3
2	24	13	46.1	141	27	10.6
3	24	13	37.3	141	27	12.9
4	24	13	31.8	141	27	16.7
5	24	13	29.7	141	27	21.5
6	24	13	27.2	141	27	32.5
7	24	13	27.2	141	27	34.0
8	24	13	31.8	141	27	43.5
9	24	13	33.8	141	27	52.4
10	24	13	35.8	141	28	2.7
11	24	13	38.8	141	28	10.0
12	24	13	53.3	141	28	20.3
13	24	13	55.6	141	28	21.2
14	24	14	2.0	141	28	22.2

P_1, P_2, \dots 及び Q_1, Q_2, \dots とするとき、交差点 C_1 は P_1, P_2, \dots の中の直近の点(これを P_i とする)からの距離が200海里であり、 Q_1, Q_2, \dots の中の直近の点(これを Q_k とする)からの距離が200海里である。点 C_1 から C_2 に向けて中間線を少しずつ伸ばして行くとき、しばらくの間は (P_i, Q_k) の組で等距離点が決まるが、あるところでこの組が (P_m, Q_k) のように P_i が交替、または (P_i, Q_m) のように Q_k が交替する。この組でしばらく行き、また同様の交替が起こることになる。この交替から交替までの間は、基点の組は同じで中間線上の点からの距離が変化して行くことになる。この交替点においては、第3図のように3個の基点に対し等距離になる。交替点を順に、 K_1, K_2, \dots とすると、 C_1 から K_1 まで、 K_1 から K_2 まで(以下同様)はそれぞれほぼ直線に近いが、交替点において方位が少し変化することになる。

従って、結果の中間線の与え方としては、基点の組に無関係に等間隔にプロットした点列で与えることもできるし、基点の組が交替する点の点列で与えることもできる。両方の与え方は、それぞれ一長一短がある。前者によれば、等密度で点列が与えられるが、基点の交替した場所は不明である。後者によれば、基点の交替した場所が与えられるが、点列は等密度ではない。現実のプログラムでは全て計算されるようになってきている。

第6表には、2個の交差点と、基点組の交替する点の座標、基点への距離及び基点の番号を示す。

(4) 中間線の変換

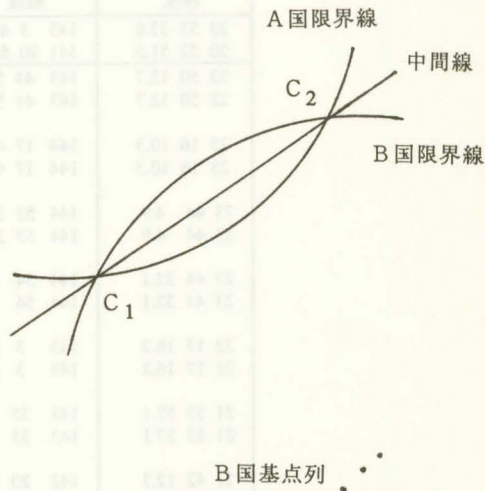
以上によって求められた中間線は共通測地系としたWGS84測地系での値である。この海洋中の点の座標を日本測地系に変換するには海洋中のジオイドが必要であり、これにWGSジオイドを用いる。この場合、標高はゼロとして、楕円体高にはジオイド高そのものを用いればよい。第6表をこのように変換した結果を第7表に示す。

5. あとがき

以上、相対国の採用している測地系が異なる場合

A国基点列

•••



第2図 両国基点列と線群

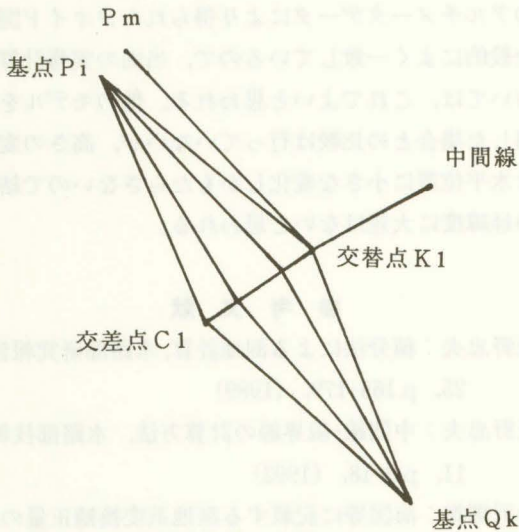
における中間線の計算とジオイドについて一般論及びほぼ現実に近い数値計算例を述べた。DMAによりメッシュとして与えられているジオイドは、ジオイドモデルとして最良のものとは限らないが、最新のアルチメータデータにより得られたジオイド図と全般的によく一致しているため、当面の実務計算においては、これでよいと思われる。他のモデルを使用した場合との比較は行っていないが、高さの変化は水平位置に小さな変化しかもたらさないため結果の経緯度に大差はないと思われる。

参考文献

辰野忠夫：積分法による測地計算，水路部研究報告，25，p.165-179，(1989)
 辰野忠夫：中間線・限界線の計算方法，水路部技報，11，p.9-18，(1992)
 金沢輝雄：海図等に記載する測地系変換補正量の計算方法，水路部観測報告衛星測地編，1，p.76-81，(1988)
 辰野忠夫：海洋測地網本土基準点の位置決定，水路部観測報告，衛星測地編，7，(1994，印刷中)

第6表 交差点・交替点の座標と両国基点への番号・距離
(上の2点が交差点, 他は交替点, WGS84測地系)

緯度	経度	基点番号及び距離	基点番号及び距離
23 53 33.6	145 5 45.4	14 370400.0	5 370400.0
20 52 51.5	141 20 55.6	6 370400.0	10 370400.0
22 50 12.7	143 44 57.8	11 279137.0	6 279136.9
22 50 12.7	143 44 57.8	12 279137.0	6 279136.9
23 16 10.3	144 17 48.1	12 307007.6	6 307007.6
23 16 10.3	144 17 48.1	13 307007.6	6 307007.6
23 44 4.9	144 53 31.5	13 352311.5	6 352311.5
23 44 4.9	144 53 31.5	13 352311.5	5 352311.5
23 44 32.1	144 54 6.4	13 353147.9	5 353147.9
23 44 32.1	144 54 6.4	14 353147.9	5 353147.9
22 17 16.2	143 3 52.0	11 269771.6	6 269771.6
22 17 16.2	143 3 52.0	11 269771.6	8 269771.6
21 53 57.1	143 35 3.1	11 282007.9	8 282008.0
21 53 57.1	143 35 3.1	10 282007.9	8 282008.0
21 42 12.7	142 20 39.1	10 293523.3	8 293523.3
21 42 12.7	142 20 39.1	7 293523.3	8 293523.3
21 40 4.7	142 18 3.1	7 295945.7	8 295945.7
21 40 4.7	142 18 3.1	7 295945.7	10 295945.7
20 58 22.7	141 27 33.2	7 360037.8	10 360037.8
20 58 22.7	141 27 33.2	6 360037.8	10 360037.8



第3図 交差点における基点との距離状況

第7表 交差点・交替点の座標(日本測地系)

緯度	経度
23 53 17.1	145 5 57.2
20 52 34.3	141 21 6.2
22 49 56.0	143 45 9.1
23 15 53.7	144 17 59.6
23 43 48.4	144 53 43.2
23 44 15.6	144 54 18.1
22 16 59.4	143 4 3.1
21 53 40.2	142 35 14.1
21 41 55.7	142 20 50.0
21 39 47.7	142 18 14.0
20 58 5.6	141 27 43.8

