

研究ノート

GPS 船速の誤差が ADCP 流速に及ぼす影響

石井春雄*¹・道田豊*²

Effects of Ship's Velocity Determined from GPS Data
on Current Velocity Measured by Shipmounted ADCP

Haruo ISHII*¹, Yutaka MICHIDA*²

Hydrogr. and Oceanogr. Dept., Ocean Research Institute
Japan Coast Guard University of Tokyo

Abstract

It is required to know the ship velocity referred to the earth (ground velocity) in oceanic current measurement using shipmounted ADCPs. At present, the ground velocity of a vessel is usually calculated from the distance between two different points whose positions in latitude and longitude are determined by GPS. This article discusses potential effects of errors in ship velocities determined by GPS upon current measurement by ADCPs. The mean value of distance estimated by GPS location data is to be always larger than the real distance, on the assumption that the GPS location data show a two dimensional normal distribution around the real position and that the zonal (x-direction) and meridional (y-direction) components of the difference between the real and GPS locations have same standard deviations ($\sigma_x = \sigma_y$). This fact results in overestimation in the ground velocities. The overestimated error velocity depends not only on the accuracy of GPS but also both on the time interval of velocity calculations and the ground speed of the ship. The error velocity can be suppressed and negligible through averaging procedure for many velocity data, whereas the individual errors may be too big in current measurement. Further investigation on errors of GPS velocities will be necessary for cases of inhomogeneous GPS location data ($\sigma_x \neq \sigma_y$), which has been reported at some fixed points.

1 はじめに

外洋における流速測定の手段として、ドップラーログを利用した船舶搭載型 ADCP (音響ドップラー流速計) が 1980 年代から広く普及してきた。ドップラーログ自体は、ある深さの海水に対する船の速度 (以下“対水船速”とよび、ベクトル \mathbf{V}_w と表す) を測る機器である。一方で、船の地球 (海底) に対する速度 (“対地船速”, \mathbf{V}_G) を

得れば、 \mathbf{V}_G から \mathbf{V}_w を引き算して、海水の地球に対する速度、すなわち流速ベクトル \mathbf{U} を得る。

$$\mathbf{U} = \mathbf{V}_G - \mathbf{V}_w.$$

近年、航行船舶の測位装置として GPS が一般的に使用されている。異なる 2 地点において GPS で測定された緯度・経度から 2 点間の距離を求め、これを移動に要した時間で除して、対地船速 \mathbf{V}_G を求める。ADCP で測定した流速の誤差につ

†Received January 17, 2006 ; Accepted March 3, 2006

*1 航法測地室 Geodesy and Geophysics Office

*2 東京大学海洋研究所 Ocean Research Institute, University of Tokyo

いての報告は多いが（例えば，Joyce, 1989；Pol-lard and Read, 1989；石井, 1993；Michida and Ishii, 2000 など），流速誤差の原因を対水船速 V_w に求めている．確かに最近は，高精度で安定した GPS 測位により，高精度の対地船速 V_G が得られていると考える．しかし，流速を高精度で測定するためには，GPS で求めた対地船速（以下“GPS 船速”とよぶ）の精度も高くなくてはならない．本稿では，GPS 船速の誤差を，数学公式と統計学の定理（柴田, 1996；高橋・他, 1992）の助けを借りて見積り，これが ADCP 流速に及ぼす影響を調べる．

2.1 同一地点での GPS 測定誤差

ある地点において GPS で測定した緯度・経度のデータを考える．測定された緯度・経度の平均を原点にとり，原点からの東西（経度）方向の距離を x ，南北（緯度）方向の距離を y とする． x と y の確率密度関数（確率分布）は，それぞれ平均が零の正規分布であり， x と y が独立な確率変数（ x と y は無相関）とする．また， x と y の標準偏差 σ_x と σ_y は等しく， $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_0$ とする．このとき，平均位置（原点）の周囲の確率分布は，次式の 2 次元正規分布の同時密度関数で与えられる．

$$f(x,y) = \exp[-(x^2+y^2)/2\sigma_0^2]/2\pi\sigma_0 \quad \dots\dots (1)$$

測定位置の原点からの距離を r とすると， $r^2 = x^2 + y^2$ から，原点を中心とした円上（原点から等距離）に在る点 (x, y) の確率密度は等しい．また， $\exp[-r^2]$ に比例して確率密度は小さくなる．前述の仮定のもとに，距離 r の確率分布と期待値・分散を求めてみる．距離 x, y は正規分布に従うから，

$$X = x/\sigma_0, Y = y/\sigma_0$$

とおくと，確率変数 X, Y は，それぞれ平均が零，分散が 1 の基準正規分布に従う．基準正規分布（以下， $N(0, 1)$ と表す）の確率密度関数は

$$f(z) = \exp[-z^2/2]/(2\pi)^{1/2}$$

で与えられる．

$$X, Y \text{ がそれぞれ } N(0, 1) \text{ に従うとき, } u^2 = X^2 +$$

Y^2 は自由度 2 の χ^2 （カイ 2 乗）分布に従い，その平方根 $u = \sqrt{u^2}$ は自由度 2 のカイ分布 $\chi_2(u)$ に従う．石井（1999）は，人工衛星を利用した測位システムのひとつであるアルゴシステムによって測定された緯度・経度を解析して（ $\sigma_x \neq \sigma_y$ ），平均位置からの距離の頻度分布が $\chi_2(u)$ にほぼ従うことを示した．

自由度 2 のカイ分布の確率密度関数は，

$$\chi_2(z) = z \cdot \exp[-z^2/2] \quad \dots\dots (2)$$

であり，その期待値 μ と分散 v は，

$$\mu = (\pi/2)^{1/2} \doteq 1.2533$$

$$v = 2 - \mu^2 = (4 - \pi)/2 \doteq 0.4292$$

また，

$$u = (X^2 + Y^2)^{1/2} = (x^2 + y^2)^{1/2}/\sigma_0 = r/\sigma_0$$

から， $u = 1$ は $r = \sigma_0$ に対応し，原点からの距離 r の期待値は $\mu\sigma_0$ ，分散は $v\sigma_0^2$ となる．実際の測定値の σ_0 が 50 m, 30 m, 10 m であれば， r の期待値は 63 m, 38 m, 13 m 程度となる．原点（平均位置）が真の位置と見なせれば，これら期待値が GPS の単独測位における“平均誤差”と考えられる．

2.2 同一地点の異なる時刻に算出した距離

GPS 船速は，異なる時刻において測定された 2 地点の位置から求められる．ここでは先ず，同一地点で異なる時刻に測定された位置から算出される距離について考える．同一地点だから，当然，移動速度は零になるべきだが，計算上は 2 点間の“距離”が存在するため，移動速度も零にならない．この“距離”の確率分布を求めてみる．

時刻 t_1 に測定された位置を (x_1, y_1) とし，時刻 $t_2 = t_1 + T$ のそれを (x_2, y_2) とする．前節と同様に，これらを原点の周囲に正規分布する確率変数と見なし，分散は全て σ_0^2 とする．

$$x = x_2 - x_1, y = y_2 - y_1$$

とおくと， x と y の分布は，それぞれ平均が零，分散が $2\sigma_0^2$ の正規分布となる [附録 1]．

ここで，

$$\sigma = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)^{1/2} = (2\sigma_0^2)^{1/2} = \sqrt{2} \cdot \sigma_0 \text{ とし,}$$

$$X = x/\sigma, Y = y/\sigma$$

とおくと、 X と Y はそれぞれ $N(0, 1)$ に従う。

前節と同様に、

$$u = (X^2 + Y^2)^{1/2} = (x^2 + y^2)^{1/2}/\sigma. \quad \dots\dots (3)$$

式(3)の u は自由度2のカイ分布に従う。2点間の距離を r として、

$$r = \{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2\}^{1/2} = (x^2 + y^2)^{1/2}$$

から、結局

$$u = r/\sigma.$$

$u=1$ は $r=\sigma$ に対応し、2点間の距離の平均は $\mu\sigma$ 、分散は $\nu\sigma^2$ となる。

標準偏差 σ_0 が30mで、時間差 T が10秒、30秒、60秒のとき、スカラー量の“速さ”の平均は、それぞれ、 $\sqrt{2} \cdot \sigma_0 \mu / T$ から5.3 m/s, 1.8 m/s, 0.9 m/s程度となる。不動の点にかかわらず、異なる時刻における“単発”の測定位置からは、大きな“速さ”が算出される。

なお、ここでは“方向”は考慮していない。“方向”も考慮して、すなわち速度ベクトルの平均を求めれば、平均の“速さ”はずっと小さくなる。2点間を結ぶベクトルを r とすると、その成分は $(x_1 - x_2, y_1 - y_2)$ であるが、 $x_1 - x_2$ と $y_1 - y_2$ の期待値は共に零である。したがって、標本数 n を大きくとれば、ベクトル平均の“速さ”も、平均値の零の廻りに小さな標準偏差 $(2\sigma_0^2\nu/n)^{1/2} = \sigma(\nu/n)^{1/2}$ で分布する。

3 GPS 船速の誤差

GPS 船速は、異なる時刻における船舶の測定位置から計算するが、真の位置は刻々変化していく。ここで、各時刻に測定された位置 (x, y) は、前述と同様に、真の位置の周囲に標準偏差 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_0$ で正規分布する確率変数と仮定する。

時刻 t_1 の測定位置を (x_1, y_1) 、その真位置を (x_{1m}, y_{1m}) とし、時刻 t_2 のそれらを (x_2, y_2) 、 (x_{2m}, y_{2m}) とする (Fig. 1)。

$$x = x_2 - x_1, y = y_2 - y_1$$

とおくと、 x と y の分布は、それぞれ平均が $\mu_x (= x_{2m} - x_{1m})$ 、 $\mu_y (= y_{2m} - y_{1m})$ 、分散が $\sigma^2 = 2\sigma_0^2$ の正規分布となる。

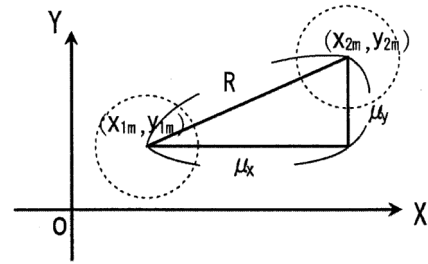


Fig.1 Two GPS locations, (x_{1m}, y_{1m}) and (x_{2m}, y_{2m}) , in an X-Y coordinate system.

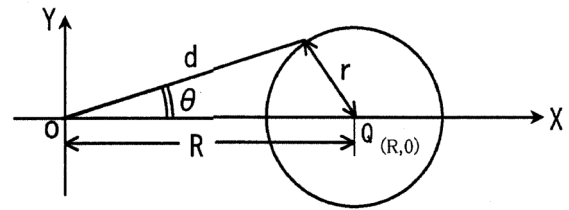


Fig.2 A typical case of Fig.1, where the two points are the origin (O) and Q on the X axis. R is the distance of the two points and $x_{1m}=y_{1m}=y_{2m}=0$, $x_{2m}=R$.

$$X = (x - \mu_x)/\sigma, Y = (y - \mu_y)/\sigma$$

とおくと、 X と Y はそれぞれ $N(0, 1)$ に従う。

結局、

$$u = (X^2 + Y^2)^{1/2} = \{(x - \mu_x)^2 + (y - \mu_y)^2\}^{1/2}/\sigma \quad \dots\dots (4)$$

式(4)の u は、自由度2のカイ分布に従う。

式(4)で、 $\mu_x = \mu_y = 0$ とおけば式(3)となる。

u は σ で規格化された、ある“距離”を表す。

μ_x と μ_y は、 x 方向と y 方向の真の距離であるから、 $x - \mu_x = x_2 - x_1 - \mu_x$ と $y - \mu_y = y_2 - y_1 - \mu_y$ はそれぞれの真距離からの偏差を表す。したがって、 σu は、これらの偏差分によって生ずる“距離”となる。

いま、2点間の真距離を R とおき、 $x_{1m} = 0$, $x_{2m} = R$, $y_{1m} = y_{2m} = 0$ とする。これは、点 (x_{1m}, y_{1m}) を原点にとり、2点の真の位置を結ぶ方向に x 軸をとった場合である (Fig. 2)。このとき式(4)は、

$$u = \{(x - R)^2 + y^2\}^{1/2}/\sigma \quad \dots\dots (5)$$

ここで、 $r = \sigma u$ とおくと、式(5)の関係は Fig. 2に示すとおりである。 r は点Qからの距

離, 2点間の測定距離は d であり, 半径 r の円上の点の確率密度は全て同じである. 半径が r のときの d の期待値 $E[d] = d_e$ は,

$$d_e = R + r^2/3R = h_1(r) \quad (R \geq r \geq 0)$$

$$d_e = r + R^2/3r = h_2(r) \quad (r \geq R)$$

となる [附録2]. ここで, r の R に対する大きさにより, 期待値 d_e を関数 h_1 と h_2 を用いて表した. さらに, $u = r/\sigma$, $u_R = R/\sigma$, $u_d = d_e/\sigma$ と規格化して

$$u_d = u_R + u^2/3 \quad u_R = h_1(u) \quad (u_R \geq u \geq 0)$$

$$u_d = u + u_R^2/3u = h_2(u) \quad (u \geq u_R)$$

u は自由度2のカイ分布 (式2)

$$\chi_2(u) = u \cdot \exp[-u^2/2]$$

に従う. u_d の期待値 $E[u_d]$ は, $u_d \cdot \chi_2(u)$ を u に関して区間 $[0, \infty]$ の積分

$$E[u_d] = \int_0^{u_R} h_1(u) \chi_2(u) \cdot du + \int_{u_R}^{\infty} h_2(u) \chi_2(u) \cdot du$$

から得られ, 分散 $V[u_d]$ も $E[u_d]$ を用いて計算できる [附録3].

結果は, 常に $E[u_d] > u_R$ となる. Fig. 3 に u_R に対する比 $E[u_d]/u_R$ を, Fig. 4 に u_R に対する分散 $V[u_d]$ を示す. $u_R > 3$ 程度で $E[u_d]$ と u_R の比は, ほぼ1になる. $E[u_d]$, $V[u_d]$, u_R のそれぞれを σ 倍すれば, 実際の距離に換算できる. 2.1 で述べたように $\sigma_0 (= \sigma/\sqrt{2})$ は, 東西 (経度) 方向と南北 (緯度) 方向の距離の標準偏差である. この σ_0 の値を5通り (100, 50, 30, 10, 5 m) 与え, 真距離 R に対する, 距離の期待値 $E[d] (= d_e)$ と R の差 ($E[d] - R$) の関係を Fig. 5 に示す. $E[u_d] > u_R$ から, 2点間の測定距離の期待値 $E[d]$ は真距離 R よりも大きく, σ_0 が大きいほど差は顕著となる.

2地点の間の距離を測定時間差 T で除して “船速” が得られる. T も5通り (10, 30, 60, 120, 300 秒) 与え, 真の船速 V_0 と計算される GPS 船速 V_{gps} の差 (すなわち, 船速の測定誤差) を見積もってみる. 船速 V_{gps} も真船速 V_0 より大きく算出され, $\Delta V_{gps} = V_{gps} - V_0 > 0$ となり, V_{gps} は誤差を持つ. 誤差の大きさは, Fig. 6, Fig. 7 に示すように, GPS 自体の測定精度 (σ_0 の大き

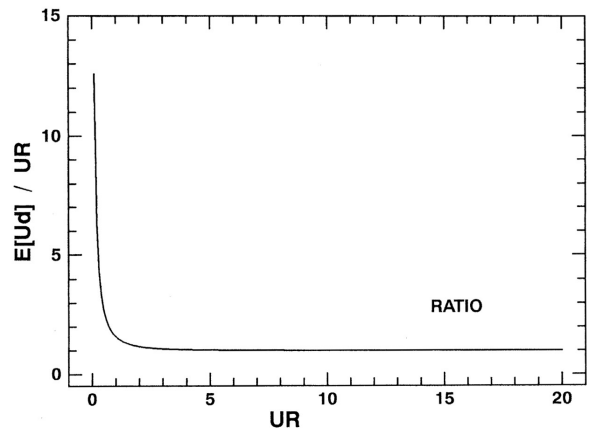


Fig.3 The ratio of the mean value of measured distance $E[u_d]$ to the real distance u_R .

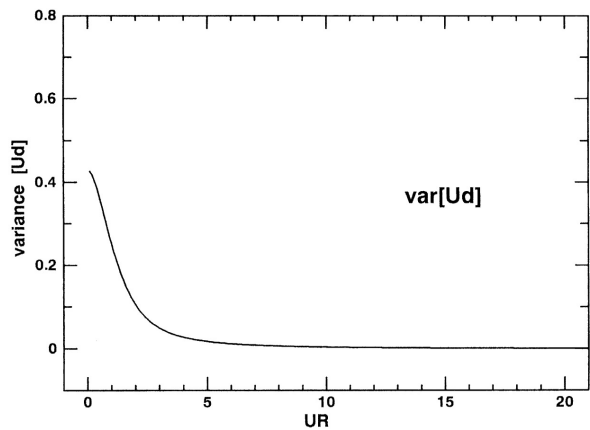
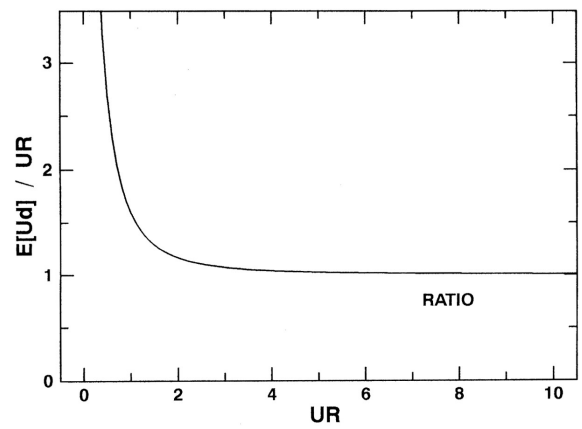


Fig.4 The variance of measured distance $var[u_d]$ to the real distance u_R .

さ)に依るほか、真船速 V_0 や時間差 T にも依る。船の速度 V_0 が小さいほど誤差は大きくなる。また、時間間隔 T が短いほど、“単発”のGPS船速に含まれる誤差は大きくなる。

Fig. 2 の θ で示される船の進行方位の、期待値 $E[\theta]$ と分散 $V[\theta]$ を求めると[附録4]、 $E[\theta] = 0$ となる。すなわち、船の測定位置から求めた進行方位は平均的には真の進行方向と同じとなる。

GPS 測位の誤差がランダムであれば、GPS 船速の期待値は真値よりも大きい。ADCP による流速測定において、一方の対水船速の誤差もランダムであれば、対水船速の期待値も真値よりも大きい。GPS 船速と対水船速のベクトル引き算で得られる ADCP 流速の誤差もランダムである。そして、GPS 船速の場合と同様に、ADCP 流速の期待値は真値よりも大きく、流向の期待値は真の流向に等しいと考えられる。しかし、対水船速にランダム誤差に加えて、バイアス誤差(例えば船の進行方向に直角に対水船速が大きく算出される)が含まれる場合には、流速・流向の期待値について論じられない。

ここまでは、1 対の位置データから計算した GPS 船速の誤差についての説明であった。これらの“単発”の GPS 船速の“速さ”を何個か平均しても、標本平均の期待値は母平均に等しいから、船速の平均誤差は変わらない。しかし、測定された V_{gps} のベクトルを n 個平均すれば、標本平均の標準偏差は、 ΔV_{gps} の分散を VAR とし、 $(VAR/n)^{1/2}$ と小さくできる。通常は、船速ベクトルを平均化するのではなく、測定された緯度・経度をあらかじめ平均化する。結果は同じである。

冒頭で述べた ADCP による海流観測においては、連続する複数の緯度・経度を平滑化して得た x, y を計算に用いる。また、通常は時間間隔 T を 5 分とすることが多い。仮に $n=20$ 、 $\sigma_0=50$ m とすると、真船速 V_0 が 5 m/s (10 ノット) の場合の GPS 船速の誤差の平均と標準偏差は、 0.7 ± 3.5 cm/s (0.1 ノット以下) となる。これは、海

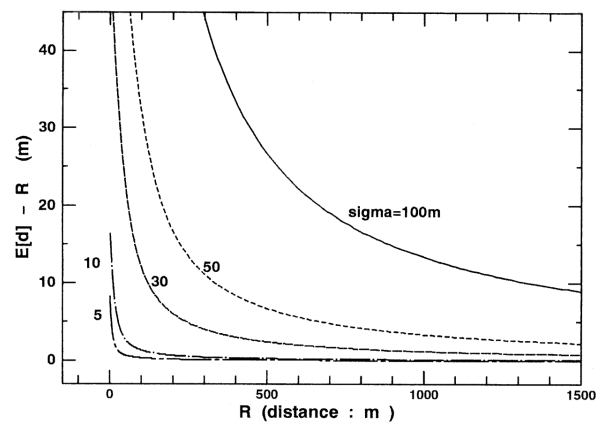
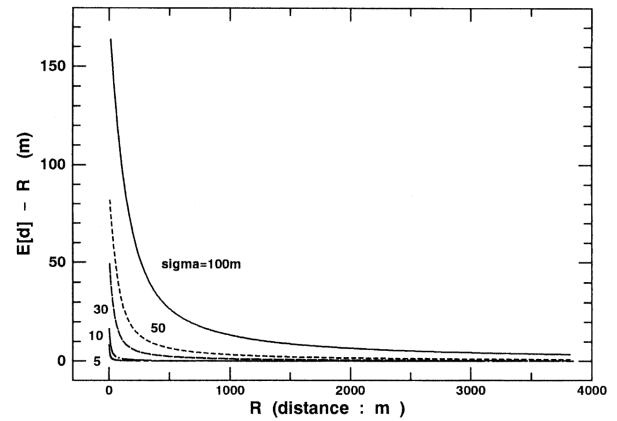


Fig.5 The difference between the mean value of measured distance $E[u_d]$ and the real distance R , for 5 cases of σ_0 (σ); $\sigma_0=100, 50, 30, 10$ and 5 m.

流の速度を求めるうえで使用に耐えうる大きさである。 σ_0 を 50 m とし、 T が 30, 120, 300 秒、 n が 5, 10, 20 個の場合における、 ΔV_{gps} の平均と標準偏差 ($\pm 1 \sigma$) を Fig. 8 に示す。

4 GPS 測位の異方性 (非“等方性”)

前節までは、GPS 測定値の平均を原点にとったとき、原点からの東西・南北方向の距離 x と y は独立な確率変数 (x と y は無相関) とし、それぞれの標準偏差 σ_x と σ_y は等しいと仮定した。この仮定の妥当性を、陸上に固定した GPS 受信機で測定した緯度・経度の測定データの実例から調べた。使用したデータは、旧運輸省の電子航法研究所のホームページに掲載された、2000 年 5 月 2 日の SA (Selective Availability) の解除前後に 5 秒間隔で測定されたものである。SA の解除

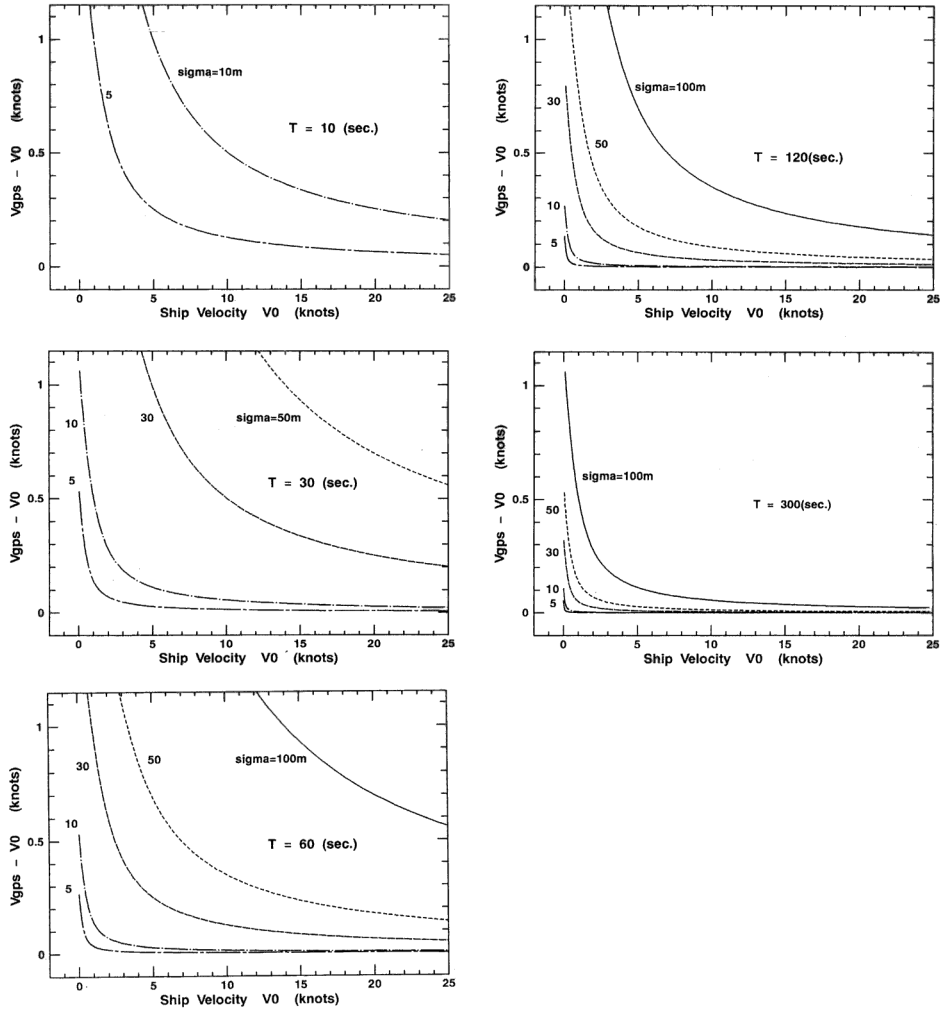


Fig.6 Relations of the difference between GPS velocity V_{gps} and the real velocity V_0 (in knots), as functions of V_0 . Five panels show cases for different time intervals ; $T=10,30,60,120$ and 300 seconds.

前 (SA-ON) と解除後 (SA-OFF) について、それぞれの期間の平均位置 (原点) からの距離自体とその X (東西), Y (南北) 成分の散布図と頻度分布図を見る。

Fig. 9 に、SA-ON の状態での、測定位置の散布図と X, Y 方向の距離の頻度分布を示す。頻度分布は正規分布と言えない。散布図に示すように X と Y の相関係数は -0.43 とかなり大きく、 $\sigma_x = 11.8 \text{ m}$, $\sigma_y = 13.5 \text{ m}$ で $\sigma_y > \sigma_x$ のため、原点の廻りに円状に散布しない。なお、測定位置の原点からの距離の平均と標準偏差は $15.5 \pm 9.0 \text{ m}$ である。Fig. 10 に X, Y, 原点からの距離の約 65 分間の時系列を示す。スパイク状ノイズは無視すると、5~10 分程度の周期的変化があるように見

える。

SA-OFF の状態についても同様に、結果を Fig. 11, Fig. 12 に示す。SA-ON の時と比較するため、データ個数は解除直後から同じ ($N=778$) だけ採った。散布図に示すように X と Y の相関係数は 0.21 , $\sigma_x = 0.9 \text{ m}$, $\sigma_y = 1.7 \text{ m}$ で、測定位置の原点からの距離の平均と標準偏差は $1.7 \pm 0.9 \text{ m}$ となる。測定位置は原点の廻りに、南北方向を長軸とした楕円状に散布する。測定精度自体は、SA-ON 時と比べて格段に高くなっており、Fig. 12 の時系列 (Fig. 10 と同じスケールで表示) からわかる。Fig. 12 も短周期変化の存在を窺わせるが、その振幅は極めて小さい。

なお、SA-OFF 時の全データ ($N=2211$) を

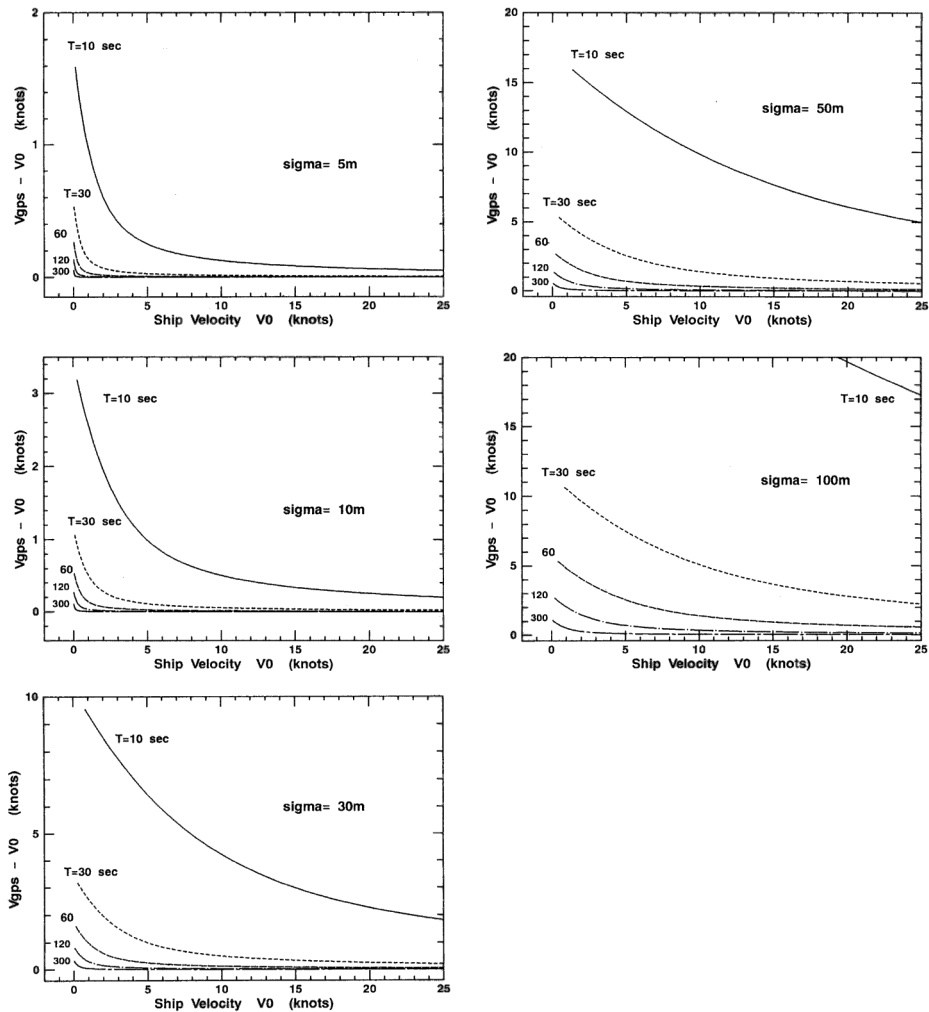


Fig.7 Same as Fig.6, except for cases of different σ_0 ; $\sigma_0=100,50,30,10$ and 5 m.

使用したときの X と Y の相関係数は -0.09 (Fig. 13) となり、長期間のデータを使えば相関係数は零に近づくと推測される。しかし、その場合でも $\sigma_x \neq \sigma_y$ であれば、散布図は原点の廻りに円ではなく、楕円状に分布する。かりに X と Y の相関係数が零と見なせる場合でも、 $\sigma_y \neq \sigma_x$ であれば前節の結果をそのまま適用することはできない。ここに挙げた例のほか、日本国内の陸上固定点における GPS 測位データの分布に関して、顕著な異方性は観察されないもの (Fukuda *et al.*, 2004) や、南北方向の標準偏差が東西方向の 2 倍以上であった例 (道田, 2003) など、さまざまな報告がある。GPS 測位の限られた時間内の異方性の原因としては、位置測定に使用した GPS 衛星の数や配置状況がとりあえず思いつくが、更に

考察が必要である。

5 まとめ

GPS で測定される緯度・経度のそれぞれが、標準偏差の等しい正規分布に従い、独立 (無相関) とする。このとき、GPS 船速 V_{gps} の精度は、GPS 自体の測定精度に依存するとともに、真船速 V_0 、測定時間差 T 及び平均個数 n に依存する。船速 V_{gps} の期待値は、常に V_0 よりも大きい。GPS による船の測定位置から求めた進行方位は平均的には真の進行方向と一致する。

ADCP を用いた海流観測において、GPS 船側の誤差と同様に、対水船速の誤差もランダムであれば、両者のベクトル引き算で得られる ADCP 流速の誤差もランダムであり、ADCP 流速の期待

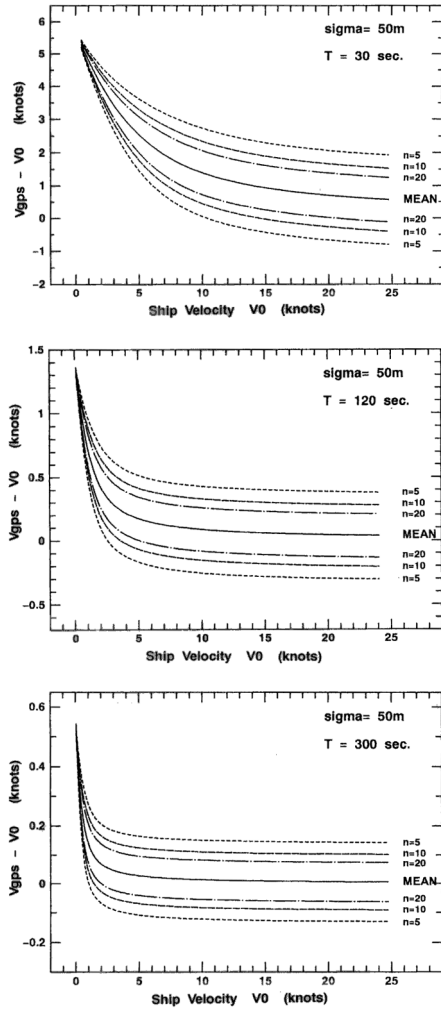


Fig.8 Same as Fig.7, except for cases with a fixed $\sigma_0=50$ m. Panels show cases for different time interval T , while curves in each panel represent the mean value together with upper and lower limits of standard deviation ($\pm 1 \sigma$) for different numbers of data to be averaged in velocity calculations.

値は真値よりも大きく、流向の期待値は真の流向に等しいと考えられる。

陸上固定点でのGPS測定位置には $\sigma_x \neq \sigma_y$ となる、異方性（非”等方性）の例が見られるが、異方性がある場合のGPS船速の誤差については、さらに考察が必要となる。

最後に適切なお指摘をいただいた匿名の両査読者に感謝致します。また、航法測地室の金 敬洋氏には一部の図の作成に協力をいただき、感謝致します。

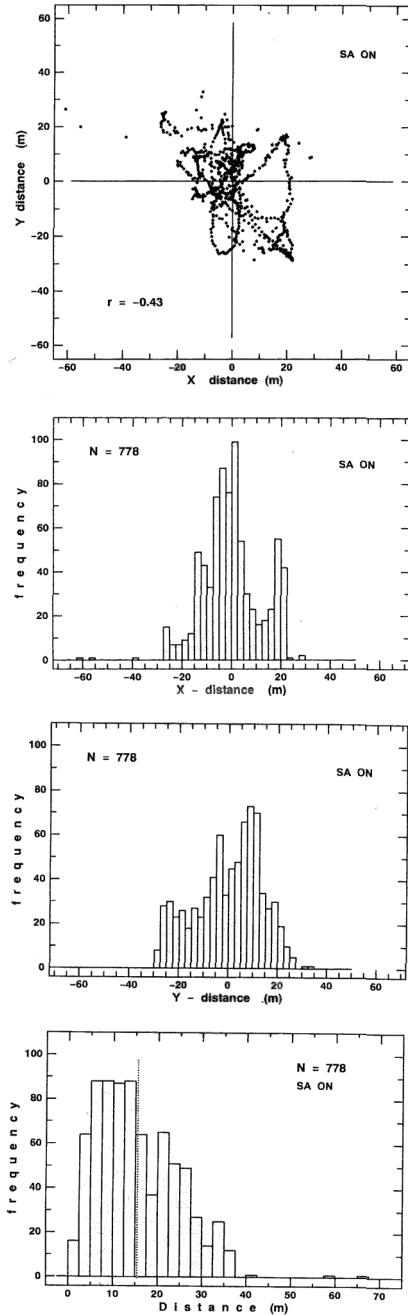


Fig.9 GPS positioning data observed every 5 second at a fixed point for 65 minutes during the period when the selective availability (SA) was applied (SA-ON) on May 2,2000, based on the data made available on the website of the Electronic Navigation Research Institute of the former Ministry of Transport.

The number of data was 778. Distribution around the origin, the averaged point (top), histograms for zonal distance from the origin (the second top), and that for meridional distance (the third top), and histogram for the distance from the origin (bottom).

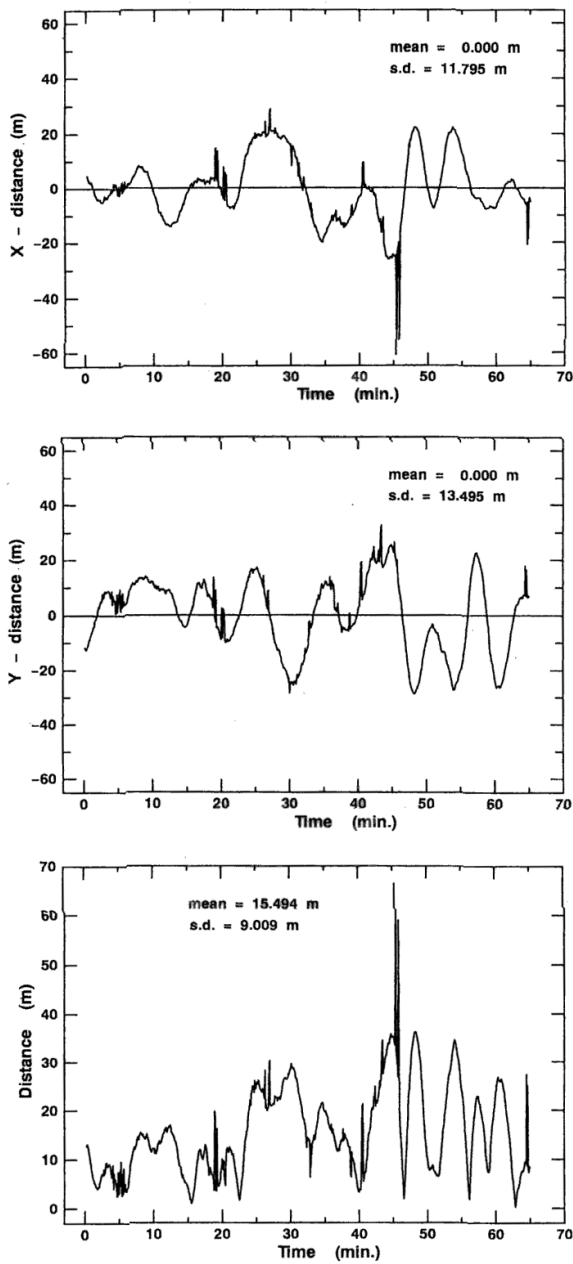


Fig.10 Time series of observed deviation from the averaged position during the same period of Fig.9 (SA-ON).The zonal (top) and meridional components (middle),and the range from the origin (bottom).

要 旨

海上において船舶搭載型 ADCP により流速測定を行うとき、船の地球に対する速度 (対地船速) を知る必要がある。現在は、GPS で測定した緯度・経度から求めた 2 点間の距離と移動時間から対地船速 (GPS 船速) を算出するのが一般的である。本稿では GPS 船速の誤差が ADCP 流

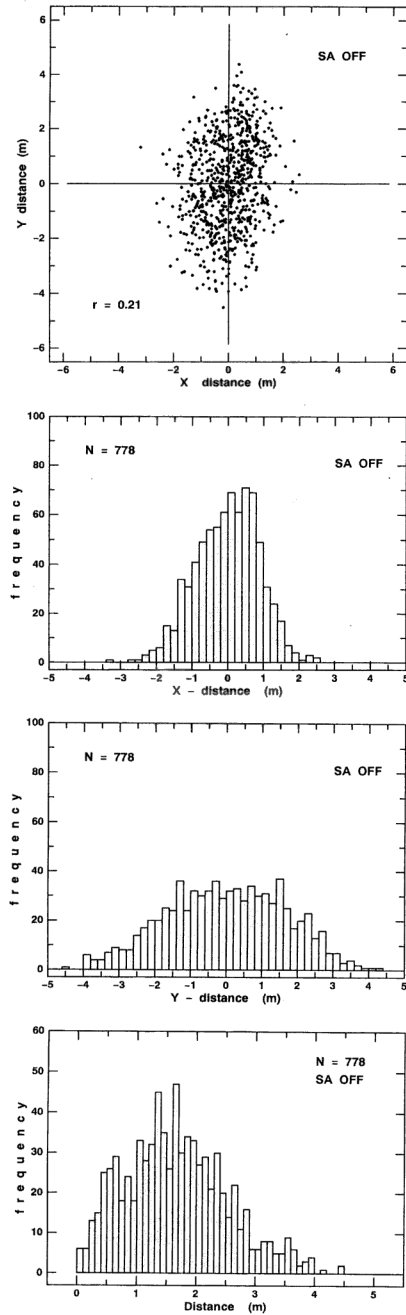


Fig.11 Same as Fig.9,except for the period when the SA was canceled (SA-OFF),on the same day.778 data after the SA was off were used, so that the same number of data as Fig.9 are plotted.

速に及ぼす影響について考察した。GPS で測定した位置は、真の位置の周囲に 2 次元正規分布に従う確率変数と仮定する。測定位置と真位置の間の東西距離 (x) と南北距離 (y) について、両方向の標準偏差が等しい ($\sigma_x = \sigma_y$) とし、2 測点間の距離の期待値は真距離よりも大きい。その結

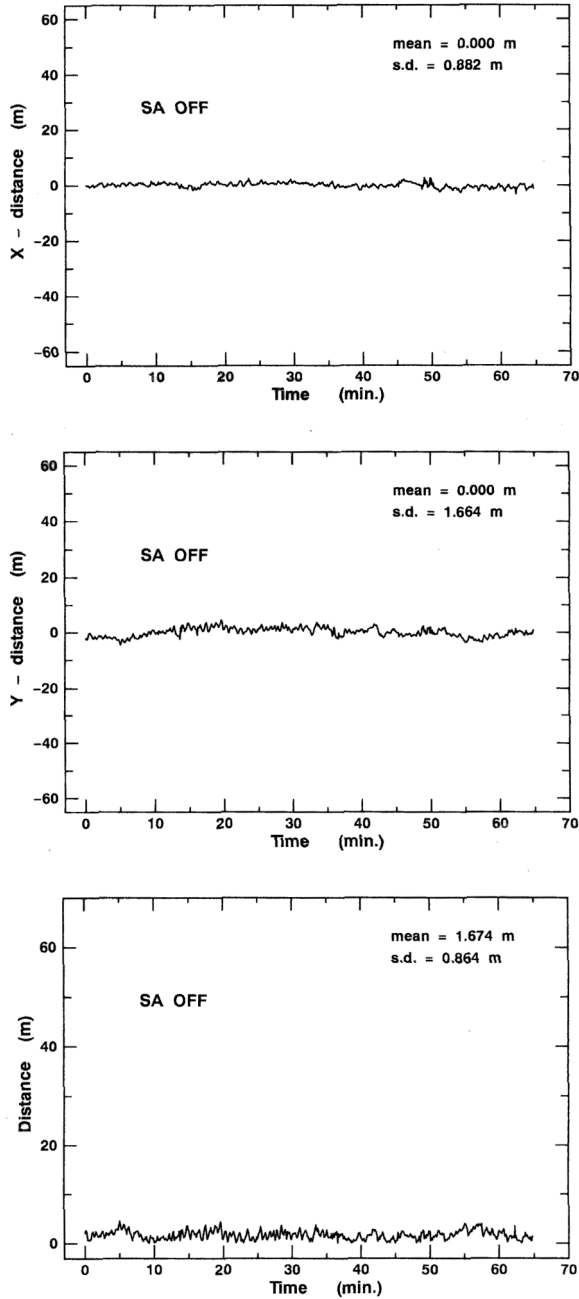


Fig.12 Same as Fig.10,except for the period of SA-OFF.

果、計算される GPS 船速も真値よりも大きくなる。その差は GPS の測位精度に依るほか、船速計算の時間間隔と真船速自体にも依る。GPS 船速の誤差は”単発”では、大きな流速誤差をもたらすが、何十個の GPS 船速を平均すれば、誤差は充分小さくできる。なお、陸上固定点での GPS 測定位置には $\sigma_x \neq \sigma_y$ となる、異方性（非”等方性”）の例が見られる。このような異方性がある場合の GPS 船速の誤差については、さらに考察

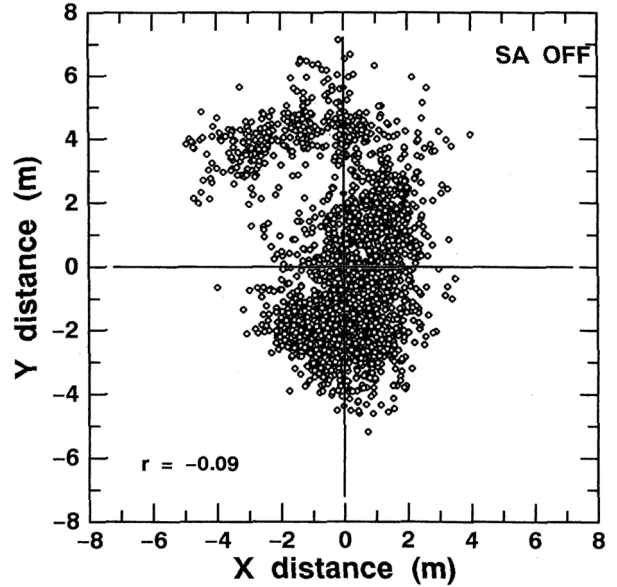


Fig.13 Distribution of the GPS data around the averaged position, same as the top panel of Fig.11 (SA-OFF),except for the data number (N=2211).

が必要となる。

参考文献

Fukuda, A, K. Miwa, E. Hirano, M. Suzuki, H. Higuchi, E. Morishita, D. J. Anderson, S. M. Waugh and R. A. Phillips (2004), BGD L- II - A GPS data logger for birds, *Mem. Natl Inst. Polar Res., Sp. Issue 58*, 234-245.

石井春雄 (1993), 新しい流速測定法に基づく黒潮・亜熱帯循環系の流動場の研究, 東北大学博士論文, pp 106.

石井春雄 (1999), アルゴスブイの移動速度の見積り誤差について, *水路部研究報告*, 35, 73-78.

Joyce, T. M. (1989) : On in situ ‘calibration’ of shipboard ADCPs, *J. Atmos. Oceanic Tech.*, 6, 169-172.

Michida, Y. and H. Ishii (2000), A practical method of current measurement with three-beam type shipmounted ADCP, *J. Adv. Mar. Sci. Tech. Soc.*, 6, 29-44.

道田豊 (2003), 位置追跡浮子を用いた海洋表層の粒子分散過程に関する研究, 平成 14-15 年

度 科学研究費補助金研究成果報告書, pp 43.

Pollard,R. and J.Read (1989), A method for calibrating shipmounted acoustic Doppler profilers and the limitations of gyro compasses, *J. Atmos. Oceanic Tech.*, 6, 859-865.

柴田文明 (1996), *確率・統計*, pp 217, 岩波書店.

高橋磐郎・小林竜一・小柳芳雄 (1992), *統計解析 (改訂版)*, pp 233, 培風館.

附録 1

確率変数 X 及び Y が正規確率変数であれば, それらの任意の一次結合 “ $aX+bY$ ” も正規である. X と Y の間に相関が無ければ, 期待値を E , 分散を V とすると

$$\text{期待値 } E(aX+bY) = aE(X) + bE(Y)$$

$$\text{分散 } V(aX+bY) = a^2V(X) + b^2V(Y)$$

本文の $X=X_1-X_2$ は, $a=1, b=-1$ のときであり,

$$E(X_1) = E(X_2) = 0; \quad V(X_1) = V(X_2) = \sigma_0^2.$$

よって

$$E(X) = E(X_1) - E(X_2) = 0.$$

$$V(X) = V(X_1) + V(X_2) = 2\sigma_0^2.$$

附録 2

Fig.A 1 で,

$$d = (R^2 + r^2 + 2xR)^{1/2}$$

d の期待値を $E[d]$ とおくと

$$E[d] = \int_{-r}^r (R^2 + r^2 + 2xR)^{1/2} dx / 2r.$$

$a = (R^2 + r^2) / 2R$ とおくと

$$\begin{aligned} E[d] &= (2R)^{1/2} \int_{-r}^r (x+a)^{1/2} dx / 2r \\ &= (2R)^{1/2} \{ (a+r)^{3/2} - (a-r)^{3/2} \}. \end{aligned}$$

$r \leq R$ のとき

$$E[d] = R + r^2 / 3R.$$

$r \geq R$ のとき

$$E[d] = r + R^2 / 3r.$$

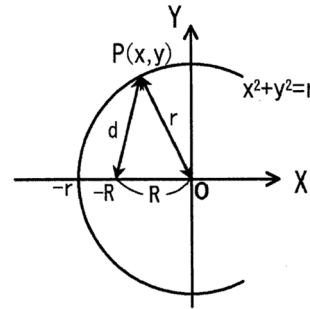
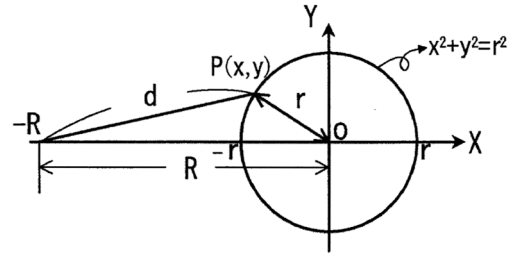


Fig. A 1 Relations of values described in Appendix 2, for the case of $r \leq R$ (top) and $r \geq R$ (bottom).

附録 3

u_d の期待値を $E[u_d]$ は, $\exp(-u^2/2) = p$ とおくと

$$E[u_d] = \int_0^{uR} (u_R + u^2/3 u_R) up \cdot du + \int_{uR}^{\infty} (u + u_R^2/3 u) up \cdot du$$

$$= u_R \int_0^{uR} up \cdot du + \int_0^{uR} u^3 p \cdot du / 3 u_R + \int_{uR}^{\infty} u^2 p \cdot du + u_R^2 \int_{uR}^{\infty} p \cdot du / 3$$

$$= I + II + III + IV.$$

ここで, $q = \exp(-u_R^2/2)$, $s = (\pi/2)^{1/2}$ とおくと

$$E[u_d] = u_R(1-q) + 1/3 u_R - q(u_R + 2/u_R) / 3$$

$$+ s - \int_0^{uR} u^3 p \cdot du + u_R^2 (s - \int_0^{uR} p \cdot du) / 3$$

上式の 2 つの積分項は, 初等関数で表せないため数値積分によった. Fig.A 2 に, u_R に対する $E[u_d]$, $I + II$, $III + IV$ の変化を示す.

u_d の分散 $V[u_d]$ は, u_d^2 の期待値を $E[u_d^2]$ とおくと, 統計学の定理から

$$V[u_d] = E[u_d^2] - (E[u_d])^2$$

$$V[u_d] = E[u_d^2] = \int_{uR}^{\infty} u_d^2 up \cdot du$$

$$= \int_0^{uR} (u_R + u^2/3 u_R)^2 up \cdot du + \int_{uR}^{\infty} (u + u_R^2/3 u)^2 up \cdot du$$

$$= I + II = I_1 + I_2 + I_3 + II_1 + II_2 + II_3.$$

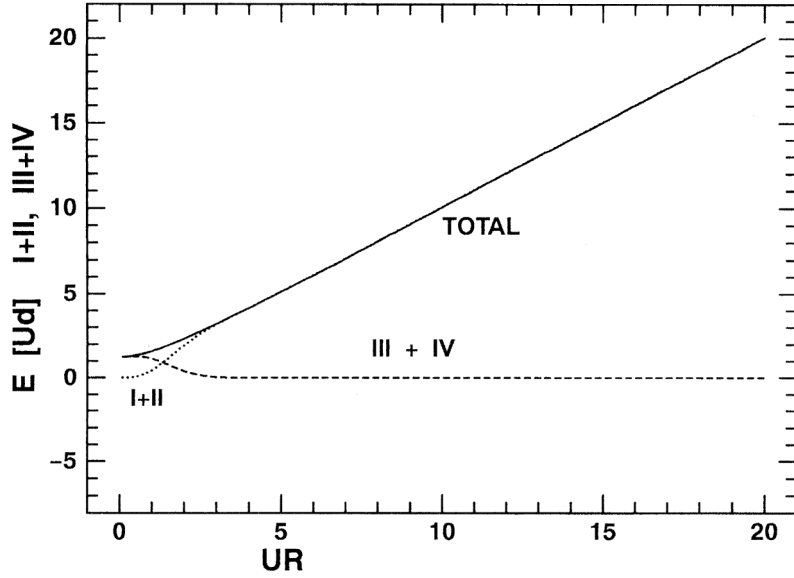


Fig. A2 Dependence of $E[u_d]$, $I + II$, and $III + IV$ upon the changes of u_R , as described in Appendix 3.

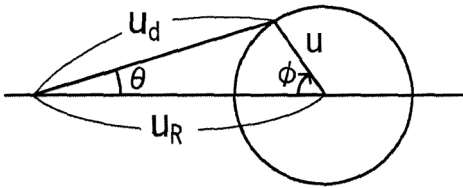


Fig. A3 Relations of the values in the description in Appendix 4.

ここで、

$$I_1 = u_R^2(1 - q); \quad I_2 = 2 \{2 - (u_R^2 + 2)q\} / 3$$

$$I_3 = \{8/u_R^2 - (u_R^2 + 4 + 8/u_R^2)q\} / 9$$

$$\Pi_1 = (u_R^2 + 2)q; \quad \Pi_2 = 2 u_R^2 q / 3$$

$$\Pi_3 = u_R^4 \int_{u_R}^{\infty} (p/u) du / 9$$

$$= u_R^4 \left\{ \int_0^{\infty} (p/u) du - \int_0^{u_R} (p/u) du \right\} / 9$$

$$= u_R^4 (A - B) / 9$$

上記 Π_3 の $\int (p/u) du$ の定積分 (A と B) は数値積分によったが、分母に u があるため、 u の分割幅 Δu の大きさによって積分値は変わる。しかし、 Δu の大きさにかかわらず、区間 $[0, u]$ の積分値は積分上限が $u = 6$ 程度でほとんど収束する。

$\int_0^{\infty} (p/u) du = \int_0^{20} (p/u) du = A$ として、収束値 A から積分区間 $[0, u_R]$ の B を差し引くと Δu の大きさに依らず、ほとんど同じ値を得る。

附録 4

Fig.A3 で

$$\tan \theta = u \cdot \sin \phi / (u_R - u \cdot \cos \phi) = \sin \phi / (u_R/u - \cos \phi)$$

$$\theta = \tan^{-1} \{ \sin \phi / (u_R/u - \cos \phi) \}$$

$$\text{期待値 } E[\theta] = \int_0^{2\pi} \theta \cdot d\phi / 2\pi$$

$$= \int_0^{2\pi} \tan^{-1} \{ \sin \phi / (u_R/u - \cos \phi) \} d\phi / 2\pi$$

$\phi = 0 \sim \pi$ の範囲 (このときの θ を θ_+ と表す) では $\sin \phi \geq 0$ であるのに対し、 $\phi = \pi \sim 2\pi$ (θ_-) では、 $\sin \phi \leq 0$ 。 θ_+ のときと θ_- のときでは、 $\sin \phi$ の符号が変わるので、期待値 $E[\theta] = 0$ 。

$$\text{分散は } V[\theta] = E[\theta^2] - (E[\theta])^2 = E[\theta^2]$$

或る u_R, u に対する θ の期待値を θ_*^2 とすると

$$E[\theta^2] = \int_0^{\infty} \theta_*^2 u \cdot \exp(-u^2/2) du$$

u, u_R を 0 から十分に大きな値を与えて、 θ_*^2 を数値積分で求める。